

Z- Θ -Entladungsanordnung mit überlagertem stationärem Magnetfeld einer Supraleitungsspule

W. HERTZ

Forschungslaboratorium Erlangen der Siemens-Aktiengesellschaft

(Z. Naturforsch. **23 a**, 1373—1382 [1968]; eingegangen am 2. Juni 1968)

Die Kombination starker stationärer Magnetfelder von Supraleitungsspulen mit Hochtemperaturplasmen und die zeitliche Variation dieser Felder stellen eine wesentliche Erweiterung der plasma-physikalischen Experimentiermöglichkeiten und eine Vergrößerung der Anwendungsmöglichkeiten supraleitender Spulen in der Plasmaphysik dar.

Der Bericht befaßt sich mit einer Θ -Entladungsapparatur, bei der die Entladung im überlagerten stationären Feld einer Supraleitungsspule erfolgt. Zur Plasmaerzeugung dient eine Z-Entladung. Das Problem der Abschirmung elektromagnetischer Felder von der Supraleitungsspule wird experimentell und theoretisch behandelt. An Hand einiger Streakaufnahmen wird die Funktionsfähigkeit der Versuchsanordnung demonstriert.

Zahlreiche Untersuchungen zur Erzeugung und Einschließung von Hochtemperaturplasmen werden an Θ -Pinchentladungen durchgeführt. Dabei wird durch einen schnellen Stromanstieg in der Θ -Spule zunächst ein Plasma erzeugt und magnetisch komprimiert. Die nachfolgende Einschließphase wird üblicherweise durch Kurzschluß der Θ -Spule im Strommaximum verlängert ("crow-bar"); der Strom durch die Θ -Spule nimmt durch diese Maßnahme nicht in Form einer gedämpften Sinusschwingung, sondern exponentiell ab. Als Folge davon bleibt auch während eines längeren Zeitraumes ein relativ starkes Magnetfeld bestehen, was zur Plasmaeinschließung erwünscht ist. Will man das Einschließungsfeld noch wesentlich länger aufrechterhalten, muß man dessen Erzeugung von der Θ -Entladung getrennt vornehmen. So kam es zu dem Vorschlag, eine Θ -Entladung in einem überlagerten stationären oder doch quasistationären Feld zu betreiben. Eine solche Anordnung mit quasistationärem Feld wurde 1963 von WESTENDORP und HURWITZ JR.¹ beschrieben. Inzwischen ist der Gedanke auch an anderen Stellen aufgegriffen worden², so auch in unserem Laboratorium. Das stationäre Feld sollte hier mit Hilfe einer supraleitenden Spule erzeugt werden. In erster Linie ging es dabei um die Kombination einer Supraleitungsspule mit Stoßentladungen und weniger um die eigentlichen plasmaphysikalischen Untersuchungen.

Dieser Bericht enthält die Beschreibung einer speziellen Z- Θ -Entladungsanordnung mit dem über-

lagerten Feld einer supraleitenden Zylinderspule. Hierfür ist eine geeignete koaxiale Θ -Spule entwickelt worden. Die Funktionsfähigkeit der Anordnung wird an einigen vorläufigen Trommelkameraaufnahmen demonstriert. Auf Grund dieser Ergebnisse könnte man nun durch die Wahl geeigneter Feldkonfigurationen eine Reihe interessanter plasma-physikalischer Untersuchungen durchführen.

Prinzip und Anwendungsmöglichkeiten

Zur Verdeutlichung der Magnetfeldkonfigurationen, um die es sich hier handelt, zeigt Abb. 1 den zeitlichen axialen Magnetfeldverlauf im Mittelpunkt einer Θ -Spule, und zwar für folgende drei Fälle: a) durchschwingende Θ -Entladung, b) im Strommaximum kurzgeschlossene Θ -Entladung, c) im ersten Stromnulldurchgang kurzgeschlossene Θ -Entladung. Als Nulllinie gilt hier die jeweils gestrichelte Achse 1. Überlagert man diesen Entladungen ein stationäres oder quasistationäres Feld so, daß das überlagerte Feld und das in der ersten Halbwelle von der Θ -Spule erzeugte Feld entgegengesetzt gerichtet sind, dann ergibt sich ein resultierender Feldverlauf, wie er in Abb. 1 ausgezogen gezeichnet ist, mit der Achse 2 als Nulllinie. In der Umgebung des betrachteten Punktes erhält man einen ähnlichen Verlauf. Die Form und Größe des Volumens mit vorgegebenem Feldverlauf läßt sich durch die Gestalt der Θ -Spule und die Geometrie des Gleichfeldes

¹ W. F. WESTENDORP u. H. HURWITZ JR., General Electric Report No. 63-RL-(3254 E) [1963].

² R. BONO, I. FACCINI, P. L. MONDINO u. G. ROSTAGNI, 2nd European Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics, Stockholm 1967.



in weitem Umfange variieren. Beispielsweise kann man die Θ -Spule so ausbilden, daß sie an den Enden den Magnetfluß wie in einem „Spiegel“ zusammendrängt (Scylla), und auch das stationäre Feld kann man als Spiegel- oder als Cusp-Feld ausbilden.

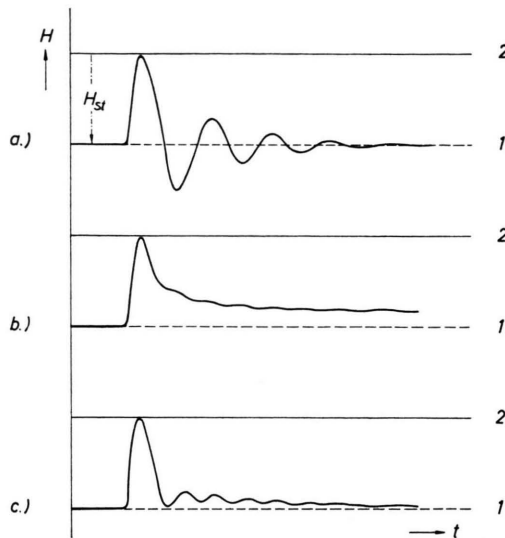


Abb. 1. Magnetfeldverlauf innerhalb der Θ -Spule mit und ohne Überlagerung eines stationären Feldes; a) durchschwingende Entladung, b) Kurzschluß im Strommaximum, c) Kurzschluß im Stromnulldurchgang.

In dem speziellen in Abb. 1 angenommenen Fall wird das stationäre Magnetfeld durch das Feld der Θ -Spule kurzzeitig ausgelöscht. Während dieses kurzen Zeitraumes kann in das feldfreie Volumen ein Plasma eingebracht oder aber auch in ihm erzeugt werden. Mit der Abnahme des Θ -Stromes wächst das stationäre Feld wieder an und dient zur Einschließung des Plasmas (Fall c). Im Fall a) würde durch die zweite Halbwelle der Θ -Entladung ein Feld erzeugt werden, das die gleiche Richtung hat wie das stationäre Feld. In dieser Phase würde eine weitere Plasmakompression und Aufheizung erfolgen. Ein wichtiger Unterschied in der Situation gegenüber der normalen Θ -Entladung ohne überlagertem Feld besteht aber noch: im normalen Θ -Pinchexperiment dient die durch die Stromänderung induzierte Ringspannung zur Erzeugung eines kräftigen Plasmaringstromes. In der Überlagerungsanordnung hindert das starke Magnetfeld zu der Zeit, während der dI/dt groß ist, die Ausbildung des Ringstromes, und wäh-

rend das stationäre Magnetfeld schwach ist, also im Strommaximum der Θ -Entladung, ist $dI/dt = 0$. Daraus folgt, daß man die Erzeugung des Plasmas nicht wie sonst üblich mit der Θ -Entladung selbst oder einer zur Vorionisation betriebenen ähnlichen Θ -Entladung vornehmen kann.

Um das Plasma in einem günstigen Zeitintervall zu erzeugen, bietet sich ein schon früher in unserem Laboratorium entwickeltes und erprobtes Verfahren zur dynamischen Plasmaeinschließung an³. Dabei wird der Θ -Entladung eine Z-Entladung überlagert. Durch geeigneten zeitlichen Ablauf der beiden Entladungen lassen sich Plasmen mit und ohne eingeschlossene Magnetfelder erzeugen, aufheizen, komprimieren und einschließen.

Außer der speziell hier aufgebauten Z- Θ -Entladungsanordnung ließe sich ein ähnlicher Aufbau z. B. auch bei der Plasmaeinschließung und Plasma-beschleunigung in einer elektrodenlosen Mehrstufenanlage⁴ verwenden. Von ganz besonderem Interesse dürften aber die mit solchen supraleitenden Spulen erzeugten Felder bei der Kompression und Einschließung von Plasmen sein, die durch Laserstrahlen erzeugt werden (Hot-Ice-Experimente)⁵.

Der Kryostat und die Supraleitungsspule

Der Kryostat und die Spule wurden in unserem Supraleitungslabor entwickelt und gebaut. Die wesentlichen Teile sind in der schematischen Zeichnung Abb. 2 wiedergegeben. Es handelt sich um eine Anordnung mit waagrecht liegender Spule und einem auf Zimmertemperatur befindlichen frei zugänglichen Arbeitsvolumen. Die Spule hat eine Länge von 20 cm und einen Innendurchmesser von 14 cm. Sie ist in einem Kryostaten montiert, dessen Länge 35 cm beträgt, der Durchmesser des zylindrischen freien Volumens beträgt 9,7 cm. Die Achsenfeldstärke in der Mitte des Volumens kann maximal 45 kOe betragen. Innerhalb des Kryostaten ist die Spule mit einem als Abschirmzylinder ausgebildeten in sich geschlossenen Stickstoffschild umgeben, dessen Wandstärke 5 mm beträgt. Er wird durch Wärmeleitung gekühlt. Dieser Zylinder hat außer seiner kryotechnischen Funktion die Aufgabe, schnell veränderliche elektromagnetische Felder abzuschirmen. Diese Abschirmung wird in einem der folgenden Ab-

³ W. HERTZ, A. KOLLER u. A. MICHEL, Z. Naturforsch. **19a**, 1089 [1964].

⁴ H. SCHINDLER, Z. Naturforsch. **21a**, 351 [1966].

⁵ A. F. HAUGHT u. D. H. POLK, Intern. Conf. on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Culham 1965.

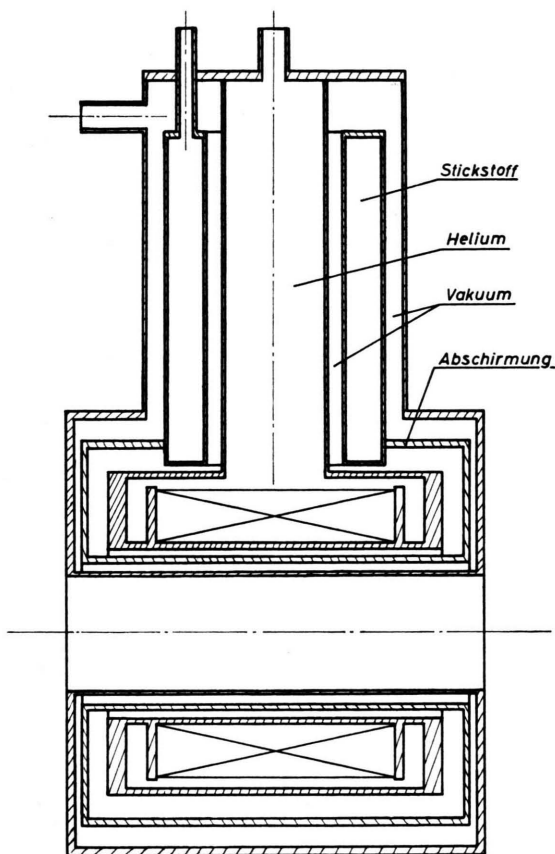


Abb. 2. Schema des Kryostaten mit Supraleitungsspule.

schnitte behandelt. Die elektrischen Zuführungen zur Spule und zu den erforderlichen Meßorganen (Niveauaufnehmer) sowie die Helium- und Stickstoffleitungen sind in einem vertikal angeordneten Teil, dem „Turm“, untergebracht, wie es aus Abb. 2 zu sehen ist. Die wichtigsten technischen Daten des Kryostaten und der Spule enthält Tab. 1. Zur Inbetriebnahme wird zuerst die Spule und die Spulen-kammer mit flüssiger Luft vorgekühlt und danach Helium eingefüllt.

Bestimmend für den Aufbau des Kryostaten war die waagerechte Lage der Spule und die Anbringung einer hinreichend dicken Abschirmung gegen elektromagnetische Wechselfelder.

In der Zwischenzeit sind ähnliche Kryostaten für Plasmaexperimente auch an anderer Stelle gebaut worden⁶.

Kryostat

Stickstoffkammer	3,50 l
Vakuumvolumen	~ 12,00 l
Heliumvolumen in der Spulen-kammer mit Spule	~ 3,65 l
Vorratsvolumen im Turm über der Spule	0,90 l
Maximale Heliumfüllung	4,55 l
Stickstofffüllung	3,50 l
Heliumverbrauch	
$J = 0$	~ 1,00 l/h
$J = 150$ A	~ 2,20 l/h
Stickstoffverbrauch	~ 0,30 l/h
Heliumabkühlmenge von 78 °K bis 4,2 °K	~ 30,00 l

Spule

Innendurchmesser der Wicklung	150 mm
Außendurchmesser der Wicklung	245 mm
Länge der Wicklung	200 mm
Zahl der Windungen	4695
Maximalstrom	180 A
Draht	Nb 25/Zr
(Kabel mit 7 Adern mit je 0,25 mm \varnothing)	
Zentralfeld	45 kOe
Gesamtgewicht Spule + Wickelkörper	~ 30 kg

Tab. 1. Technische Daten des Kryostaten Kryol 97/250/350.

Die Θ -Spule

Die Θ -Spule soll sich in der Mitte des 35 cm langen zylindrischen Arbeitsvolumens des Kryostaten befinden. Die Benutzung einer üblichen einwindigen Spule würde die Symmetrie der Anordnung sehr stark stören, und der zur Verfügung stehende Durchmesser der Θ -Spule würde wesentlich reduziert werden müssen im Verhältnis zum Durchmesser des frei zugänglichen Volumens. Um diese Nachteile zu vermeiden, wurde hier eine Θ -Spule konstruiert, die völlig rotationssymmetrisch ist und koaxiale Zuführungen hat. Das hierzu verwendete Prinzip ist schon vielfach benutzt worden und besteht darin, daß man durch sich kreuzende Leiter in dem Überkreuzungspunkt dem Magnetfeld verschiedene Richtungen geben kann je nach Richtung und Größe der in den beiden Leitern fließenden Ströme. Auf diese Art werden z. B. die Wicklungen für toroidale Pinchanordnungen und zur Realisierung von M + S-Konfigurationen angeordnet^{7, 8}.

Die hier konstruierte Spule besteht aus zwei ineinandergeschobenen Kupferzylindern, in die in gleichmäßigem Abstand schraubenlinienförmige Schlitzte eingefräst sind. Abb. 3 zeigt die beiden zur Deut-

⁶ F. J. HOARE, J. C. R. KUBALE, 4. Symposium on Engineering Problems in Thermonuclear Research, Frascati (Roma) 1966.

⁷ P. C. T. VAN DER LAAN u. L. H. TH. RIETJENS, Nucl. Fusion, Suppl. II, 693 [1962].

⁸ W. LOTZ, E. REMY u. G. H. WOLF, Nucl. Fusion 4, 335 [1964].

lichmachung nur teilweise ineinandergeschobenen Zylinder. An der Stirnseite sind sie miteinander verlötet, an der anderen Seite ist der innere Zylinder mit dem Innenleiter und der äußere Zylinder mit dem Außenleiter der koaxialen Stromzuführung verbunden*. Die Isolation zwischen den beiden Zuleitungsrohren ist bis zur verlöteten Stirnseite vorgezogen. Auf diesen Zylindern muß nun der Strom den Schraubenlinien folgen. Für einen der zahlreichen parallel geschalteten Strompfade ist der Verlauf in Abb. 4 aufgezeichnet. Die im Überkreuzungspunkt vorgenommene Komponentenzerlegung des Stromes gilt praktisch an jeder Stelle der Zylinderfläche. Wenn also die Steigungen der Schraubenlinien auf dem Außen- und Innenzylinder gleich sind und der Drehsinn so wie in den Abbildungen ist, heben sich die entgegengesetzt gerichteten Axialkomponenten des Stromes auf und die Azimutalkomponenten der inneren und äußeren Spule addieren sich an jeder Stelle. Das schließlich entstehende Magnetfeld entspricht dem eines reinen Azimutalstromes, d. h. die Anordnung stellt eine Θ -Spule dar.

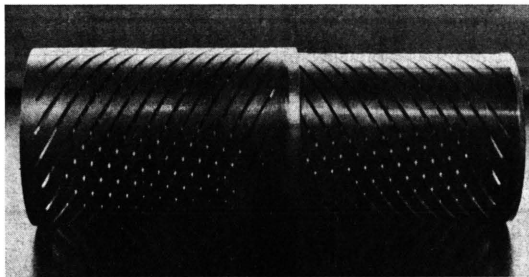
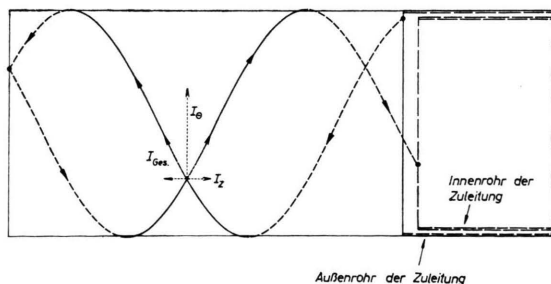
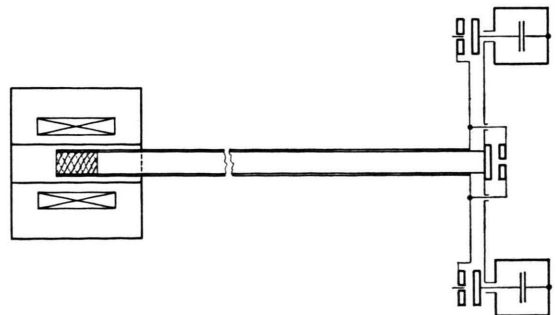
Abb. 3. Θ -Spulenzylinder.

Abb. 4. Strombahnen auf den Spulenzylindern.

Die Steigung der Schraubenlinien bestimmt die Komponentenaufteilung des Gesamtstromes und die Induktivität der Anordnung. An den beiden Stirn-

seiten entstehen bei der bisher beschriebenen Konstruktion Kurzschlußringe. Wenn es notwendig ist, kann man diese dadurch vermeiden, daß man die Zuleitungsrohre über eine geeignete Länge schlitzt und auch an der anderen Stirnseite Schlitze zwischen den einzelnen Leiterbändern oder wenigstens zwischen Leitergruppen anbringt. Besondere Erschwerisse treten hierdurch nicht auf. In unserem Ausführungsbeispiel war der Einfachheit der Konstruktion wegen auf die Beseitigung der Kurzschlußringe verzichtet worden, nachdem durch Feldmessungen an einer geschlitzten Spule festgestellt worden war, daß der Einfluß des Kurzschlußringes auf den Feldverlauf gering war und für unsere beabsichtigten Versuche keine Rolle spielte. Die Steigung der Schraubenlinien betrug hier 30° , woraus folgt, daß 86% des Gesamtstromes auf die Azimutalkomponente entfallen. Da die Ströme in der Spule bis zu einigen hundert kA betragen, ist auf die auftretenden Kräfte zu achten. Um diese möglichst gleichmäßig über den Zylinderumfang zu verteilen, sind die ausgefrästen Schlitze mit Perlonschnüren ausgefüllt worden, und über den Außenzylinder wurde eine Kunststoffmanschette gespannt. Besondere Sorgfalt ist auf die Ansatzstellen der Schraubenlinien zu verwenden, wo die Stromumlenkung in die schraubenförmige Bahn erfolgt. Die beschriebene Spule war über eine 120 cm lange Koaxialrohrleitung an die Kollektorplatten der Kondensatorbatterie angeschlossen. Die lange Koaxialrohrleitung dient dazu, die Stoßkondensatoren, an denen sich Eisenteile befinden, genügend weit entfernt von der Supraleitungsspule aufstellen zu können. Die schematische Θ -Entladungsanordnung ist in Abb. 5 wiedergegeben. Weitere Einzelheiten hierzu folgen im Abschnitt über die Z- Θ -Entladung.

Abb. 5. Schematische Darstellung der Spule mit Θ -Entladungskreis.

* Wie dem Autor nachträglich bekannt wurde, ist eine ähnliche Θ -Spule schon früher von H. BARTELS und D. MEINERS beschrieben worden: Naturwiss. 50, 396 [1963].

Abschirmung

Die stromstarken Stoßentladungen (Θ -Pinch und Z-Pinch) erzeugen in ihrer Umgebung starke hochfrequente Felder, die von der supraleitenden Spule fernzuhalten sind. Dabei geht es hier nicht darum, daß die am Ort der supraleitenden Spule zusätzlich auftretende magnetische Feldstärke eine Überschreitung der kritischen Feldstärke verursachen würde, denn dazu sind die vorkommenden Streufelder zu klein. Es sind vielmehr die durch Flußänderungen induzierten elektrischen Feldstärken, die hier stören. Da die Supraleitungsspulen meist eine hohe Windungszahl haben, können auch bei relativ kleinen induzierten Windungsspannungen rasch solche Gesamtspannungen entstehen, die zu Überschlügen führen und daher eine Gefahr für die Spule darstellen. Soll beispielsweise an einer Spule von 5000 Windungen keine höhere Spannung als 500 Volt auftreten, so heißt das, daß pro Windung höchstens 0,1 Volt induziert werden dürfen, was durch eine Flußänderung von $10 \text{ G cm}^2/\mu\text{s}$ in der Windungsfläche geschieht. In unserem Versuchsaufbau erzeugt die Θ -Spule solche Flußänderungen, die in einer Windung Spannungen im Kilovoltbereich induzieren. Bringt man zwischen der Θ -Spule und der supraleitenden Spule einen Metallzylinder an, so werden in diesem durch die induzierte Ringspannung Ströme erzeugt, die der Flußänderung entgegenwirken. Anders ausgedrückt, die Wirkung des Abschirmzylinders besteht darin, daß der von der Θ -Spule erzeugte Fluß zwischen der Θ -Spule und dem Abschirmzylinder zurückfließt. Um Anhaltspunkte zur Dimensionierung der Abschirmung zu gewinnen, sind Versuche durchgeführt worden, bei denen die induzierten Spannungen hinter verschieden dicken Abschirmungen gemessen wurden. Die Meßanordnung zeigt Abb. 6. Der Strom in der Θ -Spule hat stets die Form einer gedämpften Sinusschwingung. Die folgenden Oszillogramme (Abb. 7) geben den Θ -Strom und die in den Induktionswindungen induzierte Spannung an. Ohne Abschirmzylinder ergibt sich das Oszillogramm Abb. 7 b, mit einer 0,05 mm dünnen Metallfolie ergibt sich Abb. 7 c, mit Kupfer-Zylindern von 1 mm, 1,5 mm, 3 mm und 5 mm Wandstärke erhält man der Reihe nach die Abb. 7 e bis 7 g. Zu beachten ist dabei der unterschiedliche Ordinatenmaßstab. Ohne Abschirmzylinder beginnt die induzierte Spannung erwartungsgemäß kosinusförmig und klingt mit derselben

Dämpfung wie der Strom in der Θ -Spule (Abb. 7 a) ab.

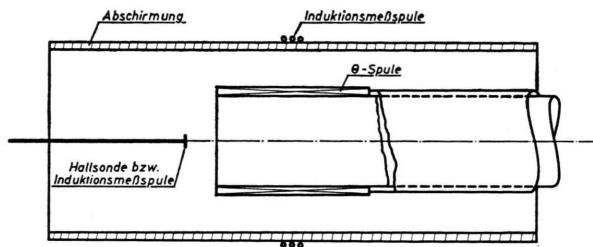


Abb. 6. Abschirmmeßanordnung zur Messung der räumlichen Feldverteilung und der induzierten Spannungen.

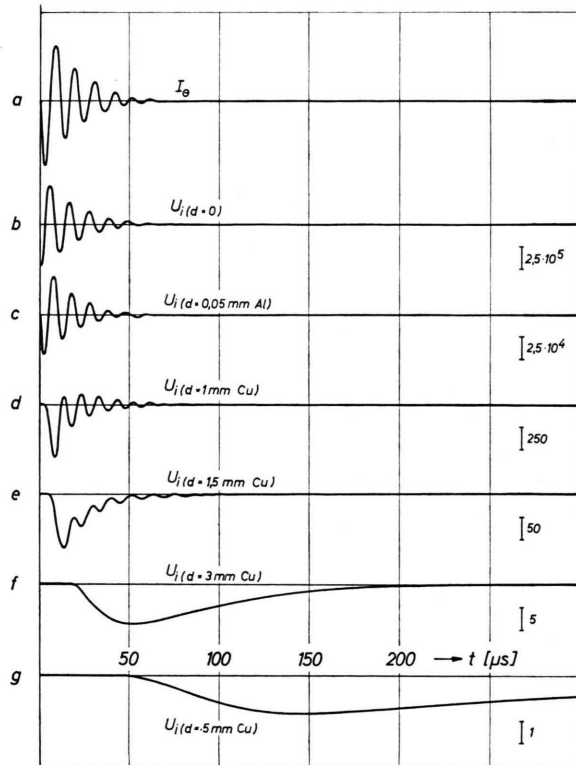


Abb. 7. Oszillogramme der induzierten Ringspannungen und des Spulenstromes. a) Strom in der Θ -Spule. Induzierte Ringspannung: b) ohne Abschirmung, c) mit 0,05 mm Al-Folie, d) mit 1 mm Cu, e) mit 1,5 mm Cu, f) mit 3,0 mm Cu, g) mit 5,0 mm Cu.

Bringt man einen Abschirmzylinder an, so fließen in diesem Ströme, die durch die induzierten Spannungen getrieben werden. An der Innenseite des Abschirmzylinders tritt ein Skinneffekt auf. Einen Einblick in die Verhältnisse gibt nachfolgende Überlegung.

Ohne Abschirmung erzeugt der Strom in der Θ -Spule eine Randspannung an der von der Meßspule umschlossenen Fläche:

$$U_R = -M \frac{dI_{pr}}{dt} = -i \omega M I_{pr},$$

wobei

$$I_{pr} = I_{0pr} \cdot e^{i\omega t};$$

$M I_{pr}$ ist der aus der von der Meßschleife umrandeten Fläche austretende Fluß. Bringt man nun eine metallische Abschirmung verschwindender Dicke zwischen Θ -Spule und Meßspule an, so fließt in dieser Abschirmhaut ein Strom pro Längeneinheit

$$I_H = \frac{U_R}{R_H} = -\frac{i \omega M I_{pr}}{R_H + i \omega L_H} \\ = -\frac{i \omega M I_{pr} (R_H - i \omega L_H)}{R_H^2 + \omega^2 L_H^2};$$

mit der Annahme

$$R_H^2 \ll \omega^2 L_H^2$$

ergibt sich

$$I_H \approx -i(R/\omega L_H^2) M I_{pr} - M I_{pr}/L_H.$$

Der mit diesem Strom verkoppelte Fluß ist

$$\Phi_H = L_H \cdot I_H.$$

Überlagert man diesen Fluß mit dem ursprünglichen, so erhält man den resultierenden Fluß, dessen Änderungen die Randspannung hinter der Abschirmung induzieren:

$$\Phi_{res} = L_H I_H + M I_{pr} \\ = -i(R_H/\omega L_H) M I_{pr} - M I_{pr} + M I_{pr} \\ = -i(R_H/\omega L_H) M I_{pr}, \\ U_i = \frac{d\Phi_{res}}{dt} = -i \cdot i \omega (R_H/\omega L_H) M I_{pr} \\ = (R_H/L_H) M I_{pr}.$$

Die hinter der dünnen Abschirmung induzierte Spannung ist demnach in Phase mit dem Strom in der Θ -Spule. Die Spannung ist in der Phase um 90° verschoben gegenüber dem Fall ohne Abschirmung. Dieser Sachverhalt geht auch aus einem Vergleich der Oszillogramme Abb. 7 b und 7 c hervor, wobei Abb. 7 b ohne Abschirmung und Abb. 7 c mit einer 0,05 mm dicken Al-Folie gemacht wurden. Geht der Widerstand der Abschirmhaut gegen Null, so tritt hinter der Abschirmhaut keine Flußänderung, d. h. auch keine induzierte Spannung mehr auf. Ist die

Dicke der Abschirmung nicht mehr vernachlässigbar gegen die Skintiefe, so bildet sich entsprechend dem Skineffekt eine Strom- bzw. eine Feldstärke-Verteilung aus. Diese ist dadurch charakterisiert, daß die Feldstärke E mit zunehmender Dicke exponentiell abnimmt und außerdem eine Phasenverschiebung auftritt. Wenn E_0 die Feldstärke an der Innenseite bedeutet, d. h. diejenige Feldstärke, die wir eben in der Folie und wegen der Stetigkeit der Tangentialkomponenten von E auch unmittelbar dahinter gefunden haben, so gilt⁹⁻¹¹:

$$\text{für } E_0 = \tilde{E}_0 \begin{Bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{Re} \\ \text{Im} \end{Bmatrix} \tilde{E}_0 (e^{i\omega t}) \\ E_{ind} = E_\varphi \sim \begin{Bmatrix} \text{Re} \\ \text{Im} \end{Bmatrix} (\tilde{E}_0 \sqrt{\omega} e^{-d/\delta} (1+i) e^{i(\omega t - d/\delta)}) \Bigg\}, \\ d = \text{Wanddicke}, \delta = \text{Skintiefe} = \left(\frac{2}{\omega \sigma \mu \mu_0} \right)^{1/2}$$

Für Kupfer ergibt sich beispielsweise mit

$$\mu = 1 \quad \text{und} \quad \sigma = 5,8 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega \text{ m}} \\ \delta_{Cu} = 0,066 \cdot \frac{1}{\sqrt{\nu}} = 0,165 \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega}} [\text{m}].$$

Die Oszillogramme 7 d und 7 e lassen deutlich die Phasenverschiebung erkennen. Die obengenannte Formel gilt jedoch nur für eine ungedämpfte Schwingung. Da der Strom in der Θ -Spule gedämpft ist, muß man sich das E_0 -Signal in seine Fourier-Komponenten zerlegt denken und die einzelnen Partial-schwingungen betrachten. Die Skintiefe δ hängt von der Frequenz ab, und daher werden die einzelnen Partial-schwingungen unterschiedlich gedämpft und unterschiedlich in der Phase verschoben. Die niederfrequenten Anteile werden relativ schwächer gedämpft, und deshalb sind in dem durchdringenden Signal um so niedrigere Frequenzen vorherrschend, je dicker die Abschirmung ist. In einem anderen Abschnitt wird das Abschirmproblem noch theoretisch mit Hilfe der Fourier-Analyse behandelt.

Die Messungen an verschiedenen dicken Abschirmzylindern führten zu dem Ergebnis, daß für die hier geplanten Anwendungen eine Kupferwand von 5 mm Wandstärke eine ausreichende Sicherheit gegenüber den Störfeldern bietet. In den Kryostat wurde daher eine 5 mm dicke Cu-Abschirmung eingebaut (s. Abb. 2).

⁹ A. SOMMERFELD, Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. III Elektrodynamik, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig 1961.

¹⁰ D. R. CORSON u. P. LORRAIN, Introduction to Electromagnetic Fields and Waves, Freeman & Co., London 1962.

¹¹ B. I. BLEANEY u. B. BLEANEY, Electricity and Magnetism, Oxford Clarendon Press 1965, S. 267 ff.

Die Z- Θ -Entladungsanordnung

Aus der schematischen Darstellung in Abb. 8 ist der Aufbau der Versuchsanlage ersichtlich. Im Hohlraum des Kryostaten befindet sich die Θ -Spule, deren freier Innendurchmesser ca. 60 mm beträgt. Das Entladungsgefäß, ein Duranglaszylinder von 55 mm Außendurchmesser, steckt in der Θ -Spule. Die bei-

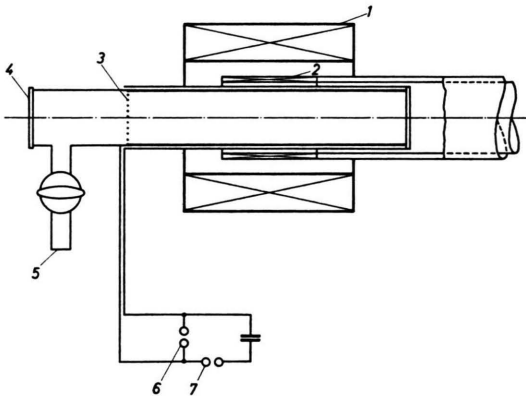


Abb. 8. Z- Θ -Entladungsanordnung. 1: Supraleitungsspule, 2: Θ -Spule, 3: Drahtgitterelektrode für Z-Entladung, 4: Beobachtungsfenster, 5: Pumpstutzen, 6 und 7: Niederdruckfunkenstrecken.

den Elektroden für die Z-Entladung haben ca. 30 cm Abstand voneinander. Die vordere Elektrode besteht aus einem Drahtgitter, damit man optisch beobachten kann. Die Stromzuführung für die hintere Elektrode läuft über einen mehrfach in Längsrichtung geschlitzten Zylinder. Wie aus Abb. 8 ersichtlich ist, gehen die vom Kondensator kommenden Bandleiter noch vor dem Eintritt in den Kryostatenhohlraum in das koaxiale System über. Der Z-Entladungskreis wird von einem 1 μ F/20 kV-Kondensator über eine Niederdruckfunkenstrecke gespeist. Die Versorgung des Θ -Kreises besteht aus 6 symmetrisch angeordneten 7 μ F/15 kV-Stoßkondensatoren (18 kV bei verminderter Lebensdauer), die auf kurzem Weg über Niederdruckfunkenstrecken¹²⁻¹⁴ bifilar zusammengeführt werden und dann über die Koaxialrohranordnung mit der Θ -Spule verbunden sind. Der Z- und der Θ -Kreis können kurzgeschlossen werden. Die Eigenfrequenz des Z-Kreises beträgt $f_E = 270$ kHz und die des Θ -Kreises 90 kHz. Der maximale Θ -Strom bei 18 kV Ladespannung beträgt 332 kAmp

und die Azimutalkomponente 278 kAmp. Das dabei in der Achse entstehende Feld hat dann einen Wert von ca. 35 kOe.

Ergebnisse über den Entladungsablauf

Die in diesem Bericht beschriebene Versuchsanlage ist mit dem Ziel aufgebaut worden, eine Stoßentladungsschaltung in Verbindung mit einer Supraleitungsspule zu betreiben. Im Vordergrund stand daher das Abschirmproblem. Einige End-on-Bildwandlernaufnahmen¹⁵ entstanden beim Einrichten der Anlage und beim ersten Einschalten der Supraleitungsspule. Die gezeigten Aufnahmen dienen hier zur Demonstration für die Funktionsfähigkeit der Anlage. Darüber hinaus lassen sie aber den typischen Unterschied zwischen normalen Pinchentladungen und solchen mit überlagertem Feld erkennen. In den Abb. 9*, 10 und 11 betrug die Achsenfeldstärke der Supraleitungsspule stets 40 kOe. Die von der Θ -Spule im Strommaximum erzeugte entgegengesetzt gerichtete Feldstärke beträgt 27,5 kOe in Abb. 9, 29,8 kOe in Abb. 10 und 27,7 kOe in Abb. 11, liegt also jeweils beträchtlich tiefer als die stationäre Feldstärke. In den Streakaufnahmen zeigt sich das an der plasmafreien Zone in der Entladungsachse. Das eingeschlossene Magnetfeld verhindert die Kompression des Plasmas bis zur Achse. Zwischen dem inneren und äußeren Feld entsteht ein heißer Plasmazylinder. Die Ionisation setzt mit dem Beginn der Z-Entladung zunächst schwach ein und erreicht in der zeitlichen Umgebung des Z-Strommaximums die volle Stärke. Wie in den Zeitskalen der Streakaufnahmen angezeigt, liegt das Einsetzen der Z-Entladung später als das Maximum der Θ -Entladung. In Abb. 11 haben Θ - und Z-Entladung zur selben Zeit begonnen. Auch hier setzt im Z-Strommaximum die Ionisation in voller Stärke ein. Die Θ -Entladung komprimiert das Plasma, wobei wiederum ein starkes Magnetfeld eingeschlossen ist. Mit Abnahme des Θ -Stromes weitet sich der Plasmazylinder wieder auf, was an den stärker leuchtenden Streifen erkennbar ist. Abb. 12 schließlich zeigt einen Z- Θ -Entladungsablauf ohne überlagertes Magnetfeld, wobei die Einsätze von Z- und Θ -Strom etwa mit denen in Abb. 9 und 10 übereinstimmen. Der Unterschied beider Entladungsarten ist sehr groß. Ohne über-

¹² W. FRIE u. A. MICHEL, Z. Naturforsch. **22 a**, 1963 [1967].

¹³ W. FRIE u. A. MICHEL, Z. Naturforsch. **22 a**, 1975 [1967].

¹⁴ W. FRIE u. A. MICHEL, Z. Naturforsch. **22 a**, 1980 [1967].

¹⁵ W. HERTZ, Z. Naturforsch. **17 a**, 681 [1962].

* Abb. 9–12 auf Tafel S. 1380 b.

lagertes Magnetfeld zündet die Z-Entladung über dem ganzen Querschnitt, und die Θ -Entladung erzeugt einen von der Gefäßwand zur Achse laufenden Plasmazyliner, der in der zweiten Θ -Halbwelle wegen der guten Vorionisation besonders stark ausgebildet ist. Dieser Entladungsablauf ist bekannt³. Mit überlagertem Magnetfeld entsteht und verbleibt der Hauptteil des Plasmas nicht an der Gefäßwand, sondern in der Nähe der Entladungsachse. Dieser wesentliche Unterschied, der durch die Magnetfeldüberlagerung herbeigeführt werden sollte, ist ganz deutlich auch schon in den hier gezeigten Bildern sichtbar. Um weitere Einzelheiten und physikalische Zusammenhänge zu finden, sind natürlich systematische Versuche erforderlich.

Fourier-Analyse des Abschirmproblems

Wie oben festgestellt wurde, ist das an der Innenwand auftretende elektrische Feld dem Strom in der Θ -Spule proportional, d. h. die Ringspannung bzw. die Feldstärke $E_0 = U_R/2 \pi r$ verläuft zeitlich als gedämpfte Sinusschwingung. Diese Zeitfunktion wird nun mit Hilfe der Fourier-Integrale dargestellt.

$$E_0(t) = \begin{cases} \tilde{E}_0 e^{-at} \sin \omega_0 t & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}, \quad (1)$$

$$E_0(t) = \tilde{E}_0 \int_0^\infty a(\omega) \cos \omega t d\omega + \tilde{E}_0 \int_0^\infty b(\omega) \sin \omega t d\omega. \quad (2)$$

Die Amplitudenfunktionen $a(\omega)$ und $b(\omega)$ berechnen sich aus:

$$a(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty E_0(t) \cos \omega t dt, \quad (3)$$

$$b(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty E_0(t) \sin \omega t dt.$$

Es ergibt sich

$$a(\omega) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\omega + \omega_0}{\omega^2 + (\omega + \omega_0)^2} - \frac{\omega - \omega_0}{\omega^2 + (\omega - \omega_0)^2} \right), \quad (4)$$

$$b(\omega) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{\omega^2 + (\omega - \omega_0)^2} - \frac{1}{\omega^2 + (\omega + \omega_0)^2} \right). \quad (5)$$

Wie schon erwähnt, beruht die Wirkung der Abschirmung darauf, daß die Partialwellen gedämpft und in ihrer Phase verschoben werden. Hinter der Wand erscheinen entsprechend der Skintheorie die Partialwellen

$$\tilde{E}_0 a(\omega) \cos \omega t \quad \text{und} \quad \tilde{E}_0 b(\omega) \sin \omega t$$

in der Form¹⁰:

$$\begin{aligned} &\tilde{E}_0 \sqrt{\omega} e^{-d/\delta} a(\omega) [\cos(\omega t - d/\delta) - \sin(\omega t - d/\delta)] \\ &\text{bzw.} \\ &\tilde{E}_0 \sqrt{\omega} e^{-d/\delta} b(\omega) [\cos(\omega t - d/\delta) + \sin(\omega t - d/\delta)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Um die Frequenzabhängigkeit der Skintiefe δ hervorzuheben, wird statt d/δ die Größe $\beta \sqrt{\omega}$ eingeführt. Dabei ist

$$\beta = d \sqrt{\sigma \mu \mu_0 / 2}; \quad \beta_{Cu} \approx 6,15 \cdot d [\text{sec}^{1/2}/\text{m}].$$

Das Meßsignal entsteht durch Überlagerung aller Partialwellen. Aus (6) folgt mit $\beta \sqrt{\omega}$ an Stelle von d/δ :

$$E_M(t) = \tilde{E}_0 \int_0^\infty \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} \{ a(\omega) [\cos(\omega t - \beta \sqrt{\omega}) - \sin(\omega t - \beta \sqrt{\omega})] + b(\omega) [\cos(\omega t - \beta \sqrt{\omega}) + \sin(\omega t - \beta \sqrt{\omega})] \} d\omega. \quad (7)$$

Durch Auflösen der Winkelfunktionen erhält man

$$\begin{aligned} E_M(t) = &\tilde{E}_0 \int_0^\infty \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} [a(\omega) (\cos \beta \sqrt{\omega} + \sin \beta \sqrt{\omega}) + b(\omega) (\cos \beta \sqrt{\omega} - \sin \beta \sqrt{\omega})] \cos \omega t d\omega \\ &+ \tilde{E}_0 \int_0^\infty \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} [a(\omega) (\sin \beta \sqrt{\omega} - \cos \beta \sqrt{\omega}) + b(\omega) (\sin \beta \sqrt{\omega} + \cos \beta \sqrt{\omega})] \sin \omega t d\omega. \end{aligned} \quad (8)$$

Dies ist wieder eine Summe aus zwei Fourier-Integralen

$$\int_0^\infty A(\omega) \cos \omega t d\omega + \int_0^\infty B(\omega) \sin \omega t d\omega$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad A(\omega) &= \tilde{E}_0 \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} [(a(\omega) + b(\omega)) \cos \beta \sqrt{\omega} + (a(\omega) - b(\omega)) \sin \beta \sqrt{\omega}], \\ B(\omega) &= \tilde{E}_0 \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} [(a(\omega) + b(\omega)) \sin \beta \sqrt{\omega} + (b(\omega) - a(\omega)) \cos \beta \sqrt{\omega}]. \end{aligned} \quad (9)$$

In Gl. (2) sind die beiden Integrale für jedes $t > 0$ gleich groß und für jedes $t < 0$ entgegengesetzt gleich groß. Für $t < 0$ ist also die Summe identisch Null. Das ist natürlich nichts anderes als die Tatsache, daß das Kosinusintegral die gerade und das Sinusintegral die ungerade Fortsetzung der gedämpften Schwingung darstellen. Ob in Gl. (8) die beiden entsprechenden Integrale ebenfalls die gerade bzw. ungerade Fortsetzung des Meßsignals darstellen, ist keineswegs selbstverständlich. Dies muß erst bewiesen werden, indem man zeigt, daß die Summe in (8) für $t < 0$ identisch verschwindet, was zwar auf Grund des symmetrischen Aufbaues der Sinus- und Kosinusglieder in den Koeffizienten (9) zu vermuten ist.

Zum Beweis wird zunächst (8) bzw. (7) in Exponentialform geschrieben und umgruppiert. Es ergibt sich nacheinander:

$$\begin{aligned} \frac{E_M(t)}{\tilde{E}_0} &= \int_0^{\infty} \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} \{ [a(\omega) + b(\omega)] \cos(\omega t - \beta \sqrt{\omega}) + [b(\omega) - a(\omega)] \sin(\omega t - \beta \sqrt{\omega}) \} d\omega \\ &= \int_0^{\infty} \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} \left\{ [a(\omega) + b(\omega)] \frac{1}{2} (e^{i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})} + e^{-i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})}) \right. \\ &\quad \left. + [b(\omega) - a(\omega)] \frac{1}{2i} (e^{i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})} - e^{-i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})}) \right\} d\omega \\ &= \int_0^{\infty} \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} \left[\frac{a(\omega) + b(\omega)}{2} + \frac{b(\omega) - a(\omega)}{2i} \right] e^{i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})} d\omega \\ &\quad + \int_0^{\infty} \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} \left[\frac{a(\omega) + b(\omega)}{2} - \frac{b(\omega) - a(\omega)}{2i} \right] \cdot e^{-i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})} d\omega. \end{aligned} \quad (10)$$

Nach (4) und (5) ist $a(-\omega) = a(\omega)$ und $b(-\omega) = -b(\omega)$. Setzt man noch die Wurzelfunktion über den unteren Rand der längs der negativen reellen Achse aufgeschnittenen komplexen Ebenen fort, d. h. also $\sqrt{-\omega} = -i\sqrt{\omega}$, dann erhält man an Stelle der beiden von 0 bis ∞ genommenen Integrale ein einziges von $-\infty$ bis $+\infty$ reichendes Integral mit regulärem Integranden*:

$$\frac{E_M(t)}{\tilde{E}_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\omega} e^{-\beta \sqrt{\omega}} \left[\frac{a(\omega) + b(\omega)}{2} + \frac{b(\omega) - a(\omega)}{2i} \right] e^{i(\omega t - \beta \sqrt{\omega})} d\omega. \quad (13)$$

Da die Pole des Integranden in der oberen Halbebene liegen, nämlich bei $(-\omega_0 + i\alpha)$ und bei $(+\omega_0 + i\alpha)$, kann man analog einer Übungsaufgabe im VI. Band von SOMMERFELD¹⁶ den Integrationsweg in (13) für $t < 0$ ins Unendliche der unteren Halbebene ziehen, wo das Integral verschwindet. Somit stellt also jedes der beiden Integrale in (8) bis auf einen konstanten Faktor die Signalfunktion für $t > 0$ dar. Für $t < 0$ wird diese Signalfunktion durch das Kosinusintegral gerade und durch das Sinusintegral ungerade fortgesetzt. Abschließend werden die theoretischen Ergebnisse veranschaulicht und mit experimentellen Werten verglichen. Für die hier beschriebenen Versuche haben die in die Theorie eingehenden Parameter folgende Werte:

Grundfrequenz der gedämpften Sinusschwingung:

$$\omega_0 = 5,9 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1},$$

Dämpfungskonstante:

$$\alpha = 3,6 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1},$$

Skineffekt-Konstante für Cu-Wand 3 mm dick:

$$\beta \approx 5,8 d \text{ bis } 6,1 d \text{ sec}^{1/2}/\text{m}.$$

Mit diesen Werten wurden die Amplitudenfunktionen $a(\omega)$ und $b(\omega)$ für das Anfangssignal $E_0(t)$, d. h. für eine gedämpfte Sinusschwingung aus den

Gln. (4) und (5) berechnet. Der relative Verlauf ist aus Abb. 13 ersichtlich. Die Funktion $b(\omega)$ hat bei ω_0 ein Maximum und $a(\omega)$ nimmt kurz vor und hinter ω_0 Extrema an und geht bei ω_0 durch Null. Die Änderungen dieser Amplitudenverteilungen beim Durchdringen der Abschirmwand werden theoretisch durch die Gln. (9) beschrieben. Auch diese Funktionen wurden auf der Datenverarbeitungsanlage Siemens 2002 berechnet, und zwar für eine 3,0 mm dicke Kupferwand. Die in Abb. 13 eingetragenen Kurven zeigen die starke Verschiebung zu niederen Frequenzen hin und ferner den oszillierenden Verlauf beider Funktionen um die ω -Achse, wobei jedoch die Amplituden mit steigender Frequenz sehr rasch abnehmen und in dem hier vorliegenden Beispiel für Kreisfrequenzen über $2 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1}$ vernachlässigbar sind. Es ist zu beachten, daß der Übersichtlichkeit wegen in Abb. 13 verschiedene Ordinaten- und Abszissenmaßstäbe gelten. Für die in Abb. 14 ausgezogene Meßkurve, die hinter einer 3,0 mm

* Diesen Beweis für das Verschwinden von (10) verdanke ich Herrn Dr. W. FRIE.

¹⁶ A. SOMMERFELD, Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. VI, Kapitel I. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig 1962.

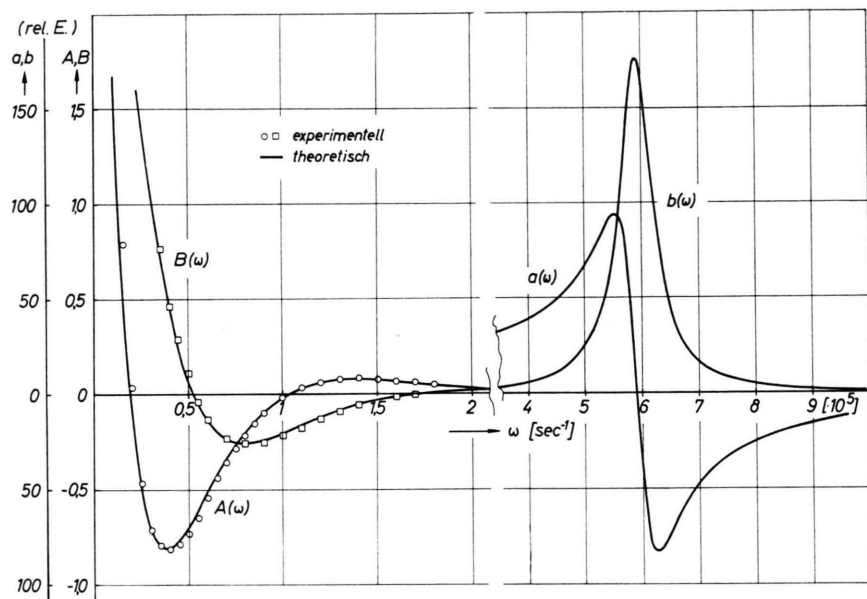


Abb. 13. Amplitudenfunktionen $a(\omega)$, $b(\omega)$, $A(\omega)$, $B(\omega)$, $A_M(\omega)$, $B_M(\omega)$.

dicken Kupferwand erhalten wurde, ist mit der Datenverarbeitungsanlage eine numerische Fourier-Analyse durchgeführt worden. Die Kurve entspricht bis auf das hier unwesentliche Vorzeichen etwa der Kurve in Abb. 7 f. Die aus dieser Meßkurve berechneten Amplitudenfunktionen $A_M(\omega)$ und $B_M(\omega)$ sind ebenfalls in Abb. 13 eingezeichnet. Dabei wurde der Ordinatenmaßstab der Funktionen einmal in dem Minimum der $A(\omega)$ -Verteilung angepaßt.

Die Übereinstimmung im generellen Verlauf der Kurven ist sehr gut. Die noch vorhandenen minimalen Abweichungen rühren von Unsicherheiten in den Konstanten her. Die Lage der Extrema und Nullstellen in den Amplitudenfunktionen ist sehr empfindlich von dem Wert von β abhängig. Es wurden die Funktionen für verschiedene β berechnet. Die beste Übereinstimmung mit den aus der Meßkurve bestimmten Funktionen ergab sich für $\beta = 1,67$.

Die in Abb. 13 ausgezogenen Kurven wurden mit $\beta = 1,70$ berechnet. Da die Leitfähigkeit des benutzten Cu-Zylinders nicht genau bekannt ist, könnte man aus diesen Messungen sogar rückwärts die Leitfähigkeit bestimmen.

In Abb. 14 sind außer der Meßkurve auch diejenigen Werte der Zeitfunktion eingetragen, die man durch Integration der Fourier-Integrale für verschiedene t mit den berechneten Amplituden erhält. Dabei müssen sowohl das Kosinusintegral als auch das Sinusintegral dieselben Zeitfunktionswerte liefern.

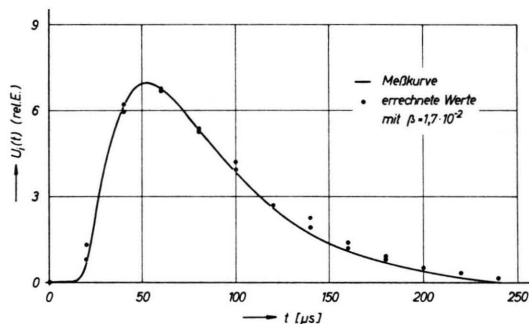


Abb. 14. Meßkurve und berechnete Zeitkurvenwerte.

Auch hier stimmt der generelle Verlauf zwischen Meßkurve und gerechneten Kurven sehr gut überein. Die noch vorhandenen Unterschiede rühren ebenfalls von der numerischen Ungenauigkeit in den Konstanten her. Wie in Abb. 13 ist auch in Abb. 14 der Ordinatenmaßstab an einer Stelle angepaßt worden.

Die ausgezeichnete Übereinstimmung in den Ergebnissen bestätigte nachträglich, daß die zur theoretischen Behandlung des Abschirmproblems gemachten Vereinfachungen zulässig sind, nämlich die Vernachlässigung der Krümmung der Wand und die Vernachlässigung von Mehrfachreflexionen.

Herrn Dr. W. FRIE danke ich für zahlreiche wertvolle Diskussionen. Herrn Ing. JAN STROH, der am Aufbau der Anlage und an der Durchführung der Messungen wesentlich beteiligt war, sowie Fr. URSULA RINKE, die die Auswertungen besorgte, sei herzlich gedankt.